



تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۸/۰۳

کد اجرا: نامشخص

زمان برگزاری: ۱۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: حسابان ۲ و ریاضی ۳- دهقانی

۱- جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

پاسخ:

الف اگر برد تابع  $y = \sqrt{x}$  بازه  $[0, 2]$  باشد، برد تابع  $y = 2 + \sqrt{x-2}$  برابر ..... است.

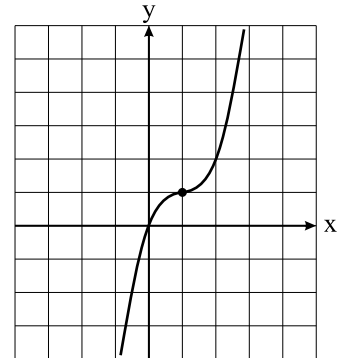
پاسخ:

$[2, 4]$

۲- نمودار تابع  $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$  را به کمک انتقال نمودار  $f(x) = x^3$  رسم کنید، سپس اکیداً یکنوایی تابع  $g(x)$  را در تمام دامنه خود، بررسی کنید.

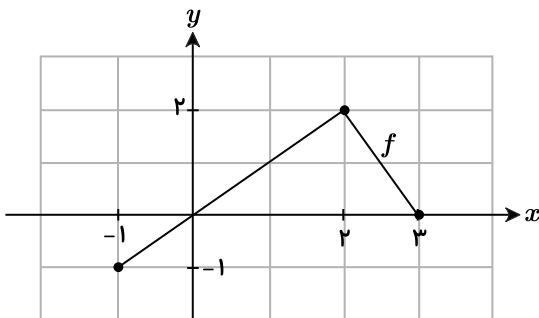
پاسخ:

$$g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 1 = (x-1)^3 + 1$$

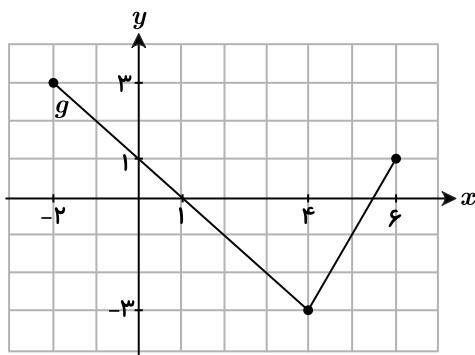


اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی)

۳- در شکل زیر، نمودار تابع  $y = f(x)$  رسم شده است. نمودار تابع  $g(x) = -2f\left(\frac{x}{2}\right) + 1$  را رسم کنید.



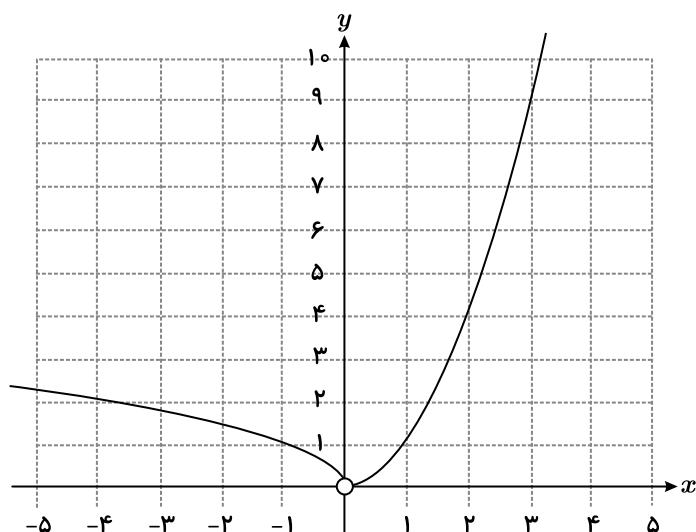
پاسخ:



۴- نمودار تابع  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & x < 0 \\ x^2 & x > 0 \end{cases}$  را رسم کنید. بزرگ‌ترین بازه‌ای که این تابع در آن اکیداً صعودی است را بنویسید.

پاسخ:

در بازه  $(0, +\infty)$  اکیداً صعودی است.





تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۸/۰۳

کد اجرا: نامشخص

زمان برگزاری: ۱۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: سوال شیمی - بیت آزاد

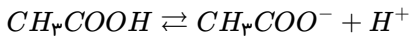
۱- اگر درصد یونش در محلولی از استیک اسید ( $CH_3COOH$ ) برابر با  $3/2\%$  و غلظت یون هیدرونیوم در آن  $10^{-2} \times 1/92$  مول بر لیتر باشد.

پاسخ:

**الف**

معادله یونش این اسید را بنویسید.

پاسخ:



**ب**

غلظت محلول را محاسبه کنید.

پاسخ:

$$\text{درجه یونش} = \frac{3/2}{100} = \alpha \quad \text{درصد یونش} = \alpha \times 100 = 3/2$$

$$[H^+] = [CH_3COOH]_{\text{اولیه}} \times \alpha \Rightarrow 1/92 \times 10^{-2} = [CH_3COOH] \times \frac{3/2}{100}$$

$$[CH_3COOH] = 0/6$$

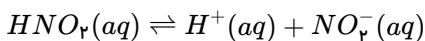
۲- در دمای معین ۲ لیتر محلول نیترواسید ( $HNO_2$ )، دارای  $0/3$  مول یون نیتريت ( $NO_2^-$ ) است.

پاسخ:

**الف**

معادله یونش  $HNO_2$  را در آب بنویسید.

پاسخ:



**ب**

غلظت تعادلی  $HNO_2$  را حساب کنید. ( $K_a = 4/5 \times 10^{-4}$ )

پاسخ:

$$[H^+] = [NO_2^-] = \frac{0/3 \text{ mol}}{2L} = 0/15 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$K_a = \frac{[H^+][NO_2^-]}{[HNO_2]} \Rightarrow 4/5 \times 10^{-4} = \frac{(0/15)^2}{[HNO_2]} \Rightarrow [HNO_2] = 0/5 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

۳- اگر درصد یونش محلول  $10^{-n}$  مول بر لیتر از اسید  $HA$ ، در دمای اتاق برابر یک و  $pH = 4$  باشد:

پاسخ:

**الف**

مقدار  $n$  را محاسبه کنید.

پاسخ:

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-4} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$\%a = \frac{[H^+]}{M} \times 100 \Rightarrow 1 = \frac{10^{-4}}{10^{-n}} \times 100 \Rightarrow n = 2$$



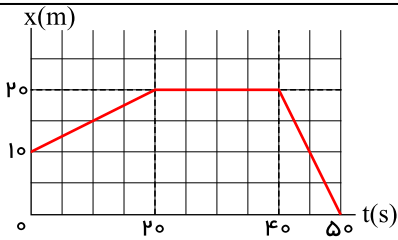
تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۸/۰۳

کد اجرا: نامشخص

زمان برگزاری: ۱۴ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: فیزیک ۱۲ کرمی



۱ - شکل زیر نمودار مکان - زمان جسمی را که روی محور  $x$  حرکت می‌کند، نشان می‌دهد. معادله حرکت متحرک را در بازه‌های زمانی صفر تا  $20s$  و  $20s$  تا  $40s$  بنویسید.

پاسخ: در بازه زمانی صفر تا  $20s$  متحرک با سرعت ثابت حرکت کرده و در بازه زمانی  $20s$  تا  $40s$ ، متحرک ایستاده است.

با توجه به اینکه شیب نمودار مکان - زمان برابر سرعت است، در بازه صفر تا  $20s$  داریم:

$$x = vt + x_0 \rightarrow x = 0.5t + 10 \quad v = \frac{20 - 10}{20 - 0} = 0.5 \frac{m}{s}$$

$$x = 20m$$

بازه  $20s$  تا  $40s$ :

۲ - معادله مکان - زمان متحرکی روی خط راست در  $SI$  به صورت  $x = -4t + 6$  است.

پاسخ:

الف این متحرک در چه لحظه‌ای از مبدأ مکان عبور کرده است؟

پاسخ:

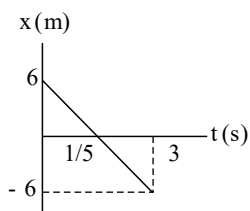
$$0 = -4t + 6 \quad t = \frac{6}{4} = 1.5s$$

ب آیا جهت حرکت این متحرک تغییر کرده است؟

پاسخ: خیر

پ نمودار مکان - زمان این متحرک را برای ۳ ثانیه ابتدای حرکت رسم کنید.

پاسخ:



۳ - معادله مکان - زمان متحرکی که با سرعت ثابت در جهت محور  $x$  در حال حرکت است در  $SI$  به صورت  $x = 20t + 10$  است.

پاسخ:

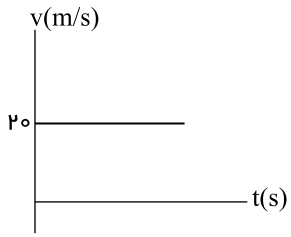
الف جابه‌جایی این متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 1s$  تا  $t_2 = 3s$  چند متر است.

پاسخ:

$$x_1 = 20 + 10 = 30m \quad x_2 = 60 + 10 = 70m \quad \Delta x = x_2 - x_1 \quad \Delta x = 70 - 30 = 40m$$

ب نمودار سرعت - زمان آن را رسم کنید.

پاسخ:



بارم: ۱ ① برای هر دو عدد حقیقی  $a$  و  $b$ ، گزاره زیر را به روش بازگشتی ( گزاره‌های هم ارز ) ثابت کنید:

$$5a^2 + b^2 \geq 4ab$$

بارم: ۱ ② به ازای چند مقدار  $a$  تساوی  $(2a, 27) = a$  برقرار است؟

۸ (۴

۴ (۳

۲ (۲

۱ (۱

بارم: ۱ ③ اگر باقی مانده تقسیم دو عدد صحیح  $m$  و  $n$  بر ۱۹ به ترتیب ۴ و ۵ باشد آنگاه باقی مانده تقسیم عدد  $(3m - 5n)$  بر ۱۹ به دست آورید.

بارم: ۱ ④ اگر  $k$  عددی صحیح باشد به طوری که  $4|3k + 1$  ثابت کنید:  $16|9k^2 + 18k + 5$

بارم: ۱ ⑤ باقیمانده تقسیم عدد  $a$  بر دو عدد ۷ و ۵ به ترتیب برابر ۲ و ۳ است. باقیمانده تقسیم عدد  $a$  بر ۳۵ را به دست آورید.



۱

گزینه درست: ۰

سوال ۱

$$5a^2 + b^2 \geq Fab \Leftrightarrow 5a^2 + b^2 - Fab \geq 0 \Leftrightarrow Fa^2 + a^2 + b^2 - Fab \geq 0 \Leftrightarrow (2a - b)^2 \geq 0$$

۲

گزینه درست: ۲

سوال ۲

گزینه «۳»

۳

گزینه درست: ۰

سوال ۳

$$\left. \begin{array}{l} m = 19q_1 + 4 \\ n = 19q_2 + 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3n = 19q_3 + 15 \\ 5n = 19q_4 + 25 \end{array} \right\} \Rightarrow 3m - 5n = 19q_5 + 6 \Rightarrow r = 6$$

۴

گزینه درست: ۰

سوال ۴

$$\left. \begin{array}{l} 4|3k+1 \Rightarrow 4 \times 4|4(3k+1) \Rightarrow 16|12k+4 \\ 4|3k+1 \Rightarrow 4^2|(3k+1)^2 \Rightarrow 16|9k^2+16k+1 \end{array} \right\} \Rightarrow 16|9k^2+18k+5$$

۵

گزینه درست: ۰

سوال ۵

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 7q + 12 \xrightarrow{\times 5} 5a = 35q + 60 \\ a = 5q' + 3 \xrightarrow{\times 7} 7a = 35q' + 21 \end{array} \right. \rightarrow 2a = 35(q - q') + 11$$

$$\rightarrow 2a = 35(q - q' - 1) + \underbrace{35 + 11}_{46} \xrightarrow{\div 2} a = 35 \underbrace{(q - q' - 1)}_2 + 23 \rightarrow$$

باقیمانده







تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۸/۰۳

کد اجرا: نامشخص

زمان برگزاری: ۱۲ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: هندسه ۱۲ - ۳ آبان

۱- اگر  $A = \begin{bmatrix} |A| & 3 \\ 1 & 4|A| \end{bmatrix}$  مقدار  $|A|$  را به دست آورید.

پاسخ:

$$|A| = \begin{vmatrix} |A| & 3 \\ 1 & 4|A| \end{vmatrix} \rightarrow |A| = 4|A|^2 - 3$$

$$\rightarrow 4|A|^2 - |A| - 3 = 0 \rightarrow \begin{cases} |A| = 1 \\ |A| = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

۲- نشان دهید ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  در رابطه  $A^2 - 3A + 3I = \overline{0}$  صدق می کند.

پاسخ:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$3A = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}, 3I = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^2 - 3A + 3I = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \overline{0}$$

۳- اگر  $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & x \\ x & 0 & 1 \end{vmatrix} = 8$  باشد مقدار  $x$  را به دست آورید.

پاسخ: دترمینان را برحسب سطر اول بسط می دهیم:

$$0 - 1 \begin{vmatrix} 1 & x \\ x & 1 \end{vmatrix} + 0 = 8 \rightarrow -(1 - x^2) = 8 \rightarrow x^2 - 1 = 8$$

$$\rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$$

۴- دترمینان ماتریس زیر را برحسب سطر اول و برحسب ستون سوم محاسبه کنید. چه نتیجه ای می گیرید؟

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

پاسخ: بسط برحسب سطر اول:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & 0 \end{vmatrix} = 1 \underbrace{\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 0 \end{vmatrix}}_{-12} - (-1) \underbrace{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 0 \end{vmatrix}}_6 + 2 \underbrace{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 4 \end{vmatrix}}_{10}$$

$$= -12 + 6 + 20 = 14$$

بسط برحسب ستون سوم:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & 0 \end{vmatrix} = 2 \underbrace{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{vmatrix}}_{10} - 3 \underbrace{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 4 \end{vmatrix}}_2 = 20 - 6 = 14$$

نتیجه:



اولاً دترمینان برحسب هر سطر یا ستونی بسط داده شود، فرقی نمی‌کند و حاصل یکسان است. ثانیاً بهتر است دترمینان را برحسب سطر یا ستونی بسط دهیم که صفر بیشتری دارد.

۵ - جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

پاسخ:

**الف** اگر  $A$  یک ماتریس  $3 \times 3$  باشد و  $|A| = 5$ ، آنگاه  $|\frac{1}{3}A|$  برابر ..... است.

پاسخ:

$$\left| \frac{1}{3}A \right| = \left( \frac{1}{3} \right)^3 |A| = \frac{5}{8}$$